

# Transport d'espèces chimiques de l'échelle locale à la grande échelle

G. Ancellet & C. Flamant

LATMOS, UMR 8190, CNRS-UVSQ-UPMC

Contenu du cours:

- Turbulence et Paramétrisation des flux dans la Couche Limite Atmosphérique (C. Flamant) – 3 séances
- Transport des polluants dans la couche limite atmosphérique (G. Ancellet) -2 séances
- Rôle des systèmes frontaux dans le transport des espèces chimiques à grande échelle (G. Ancellet) - 2 séances
- Echanges Troposphère-Stratosphère (G. Ancellet) – 2 séances
- Le rôle de la convection profonde sur la redistribution vertical des gaz et des aérosols (C. Flamant) – 1 séance

# Chapitre 1

## Turbulence et Paramétrisation des flux dans la Couche Limite Atmosphérique

*Contenu du cours:*

- Pourquoi étudier la turbulence?
- Petit historique
- Introduction au concept de base nécessaire:
  - ✓ Outils statistiques
  - ✓ Moyenne de Reynolds
  - ✓ lois de similitude de Kolmogorov
- Couche limite atmosphérique:
  - ✓ Caractéristiques et évolution
  - ✓ Equations du mouvement, de conservations, etc..
  - ✓ Hypothèse de Boussinesq
  - ✓ Equation de l'énergie cinétique turbulente

# Chapitre 1

## Turbulence et Paramétrisation des flux dans la Couche Limite Atmosphérique

*Contenu du cours (suite):*

- Relation flux-gradient dans la couche limite superficielle et la couche mélangée:
  - ✓ Profil de vitesse en couche limite superficielle
  - ✓ Stabilité thermique et longueur de Monin-Obukhov
  - ✓ La longueur d'Ekman dans la couche mélangée
  - ✓ Un modèle à 2 couches pour la paramétrisation des flux de chaleur et de moment
  - ✓ Exemples de paramétrisations du mélange des polluants

# Pourquoi étudier la turbulence?

*Werner Heisenberg the great quantum physicist said: "When I die, I will ask God two questions. Why is there relativity? Why is there turbulence? I am sure he will answer the first."*

Richard Feynman considère la *turbulence* comme **le dernier problème de la physique classique non résolu**

**Malgré ces avancées successives, la turbulence garde encore aujourd'hui une grande partie de son mystère.**

Si les physiciens en comprennent les principes généraux, ils sont bien incapables de prédire dans le détail où et quand un tourbillon va se former.

Euler, ou Navier-Stokes en dimension 3 : ?? **1 million de dollars** à gagner, en tant que l'un des 7 problèmes de l'institut Clay

La **turbulence** désigne l'état d'un fluide, liquide ou gaz, dans lequel la vitesse présente en tout point un caractère tourbillonnaire : tourbillons dont la taille, la localisation et l'orientation varient constamment.

Les écoulements turbulents se caractérisent donc par une apparence très désordonnée, un comportement difficilement prévisible et l'existence de nombreuses échelles spatiales et temporelles.

De tels écoulements apparaissent lorsque la source d'énergie cinétique qui met le fluide en mouvement est relativement intense devant les forces de viscosité que le fluide oppose pour se déplacer. Notion d'instabilité de l'écoulement.

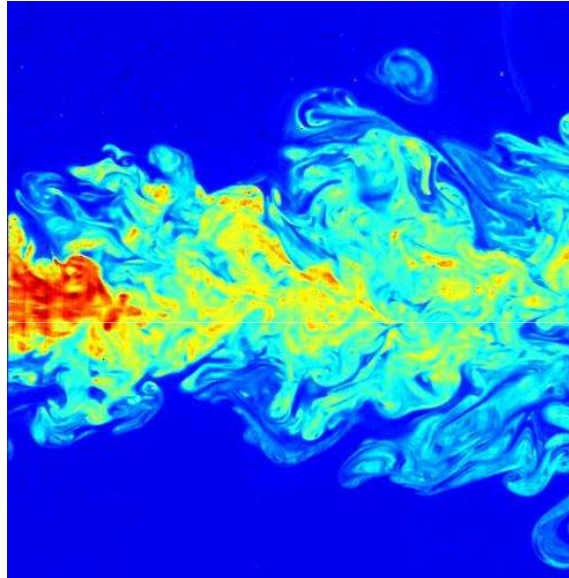
*[À l'inverse, on appelle laminaire le caractère d'un écoulement régulier. ]*

La **turbulence** est un phénomène dissipatif qui s'amortit si il n'est pas entretenu.

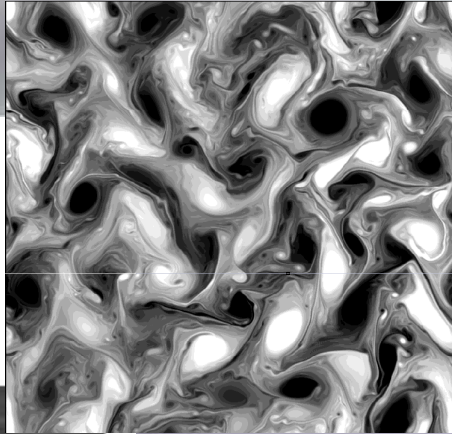
La **turbulence** établie est un phénomène dont la description analytique est impossible.

La **turbulence** a pour effet de mélanger/homogénéiser le milieu dans lequel elle s'exerce.

Dans le domaine de la [météorologie](#), la turbulence explique les variations des courants marins et des vents atmosphériques. Elle contrôle la dispersion des champs de traceurs dits passifs comme les polluants atmosphériques ou encore les espèces chimiques non réactives



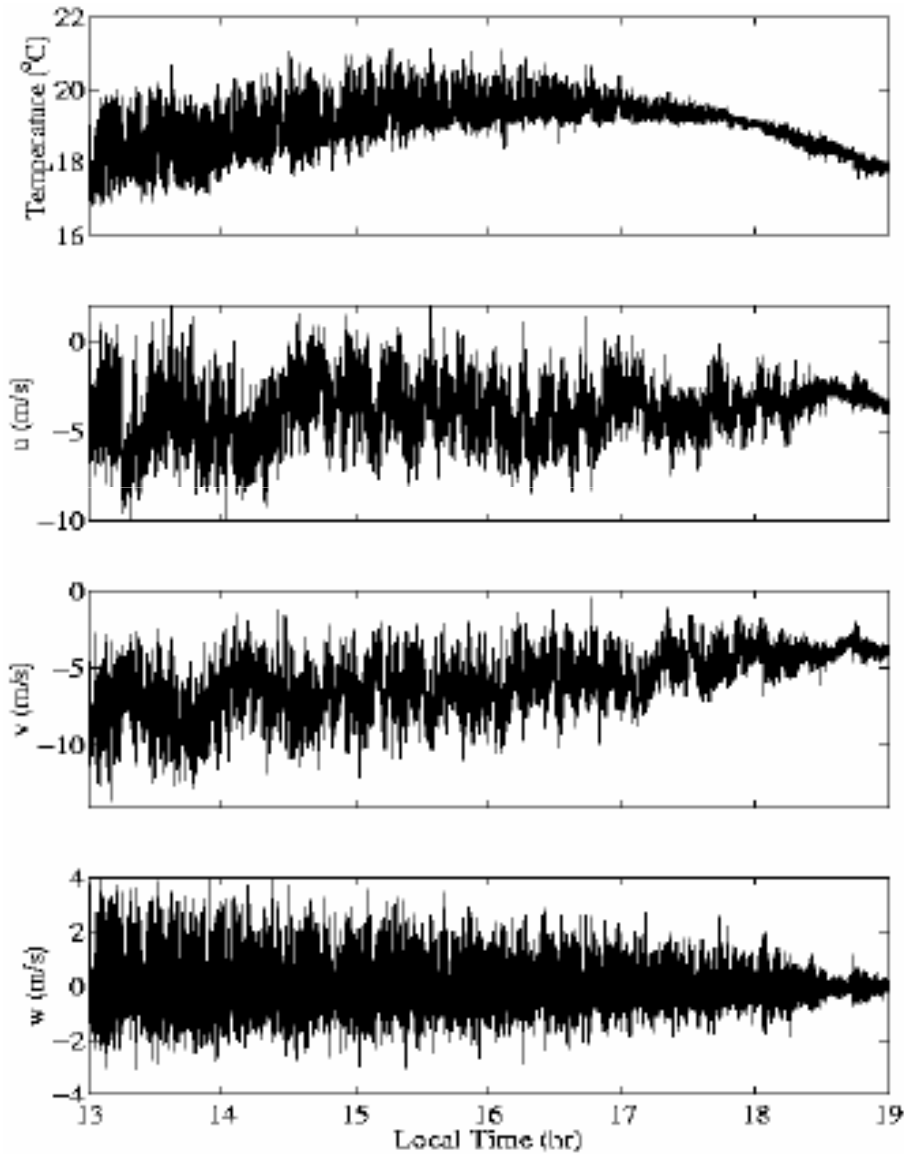
En astronomie la turbulence atmosphérique est le frein majeur aux observations effectuées depuis la Terre. Elle a pour effet de disperser la lumière de façon fluctuante et aléatoire.





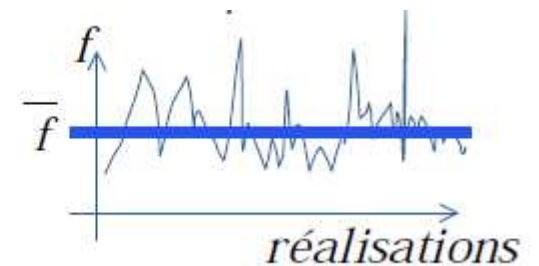


# Observations en un point



Variabilité caractérisée par des mouvements aléatoires et non reproductibles (désordre, chaos)

$$f = \overline{f} + f'$$



- Le nombre d'inconnues dans un système d'équations pour un écoulement turbulent est plus grand que le nombre d'équations

Équation pronostique pour:	Moment	Équation	Nombre d'équations	Nombre d'inconnues
$\overline{U}_i$	Ordre 1	$\partial \overline{U}_i / \partial t = \dots - \partial \overline{u_i' u_j'} / \partial x_j$	3	6
$\overline{u_i' u_j'}$	Ordre 2	$\partial \overline{u_i' u_j'} / \partial t = \dots - \partial \overline{u_i' u_j' u_k'} / \partial x_k$	6	10
$\overline{u_i' u_j' u_k'}$	Ordre 3	$\partial \overline{u_i' u_j' u_k'} / \partial t = \dots - \partial \overline{u_i' u_j' u_k' u_m'} / \partial x_m$	10	15

On a un problème dit « de fermeture » et il faut trouver des équations supplémentaires pour résoudre les équations régissant la **turbulence**.

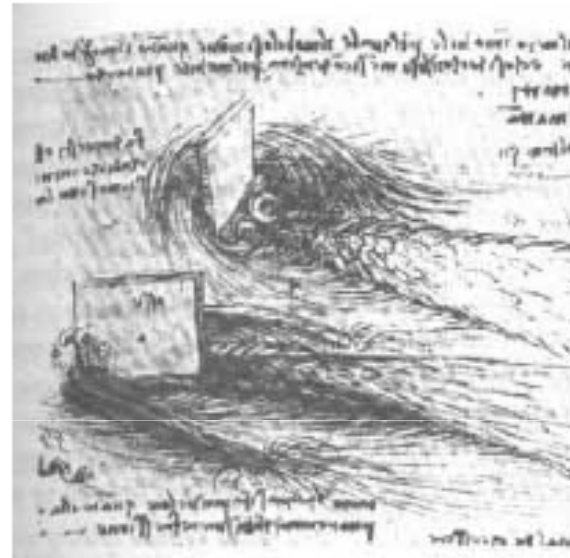
→ lois de similitude / analyse dimensionnelle

**Similitude**: si on trouve une loi (e.g.  $v$  en fct de  $x$ ) à une certaine échelle, on l'adimensionne et on considère alors que cette loi est universelle.

# Un petit historique

- Léonard de Vinci
- Saint-Venant & Boussinesq
- Reynolds
- Taylor
- Leray
- Von Karman
- Prandtl
- Richardson
- Kolmogorov

# Léonard De Vinci (1452 – 1519)



Il fut le premier à étudier précisément la formation de tourbillons dans l'eau ou l'air qui s'écoule autour d'un obstacle, phénomène auquel il donna son nom actuel de "**turbulence**" (*turbolenza*).

Fidèle à son habitude, il n'en chercha pas d'explication théorique mais en donna d'excellentes descriptions et des dessins d'une grande finesse.

## La compréhension de la turbulence ne progressa guère ensuite pendant près de 400 ans.

Les premières idées modernes sur la turbulence nous viennent des mathématiques à la fin du 19<sup>ième</sup> siècle. C'est en particulier le cas pour la sensibilité aux conditions initiales qui fut pressentie par Saint-Venant. En effet, Saint-Venant et son élève Boussinesq, en étudiant le comportement des solutions d'équations aux dérivées partielles au voisinage d'une singularité montrèrent qu'une perturbation infinitésimale des paramètres pouvait changer complètement la solution obtenue. → **on échappe au déterminisme!!**

Il faut attendre les travaux de l'ingénieur irlandais Osborne Reynolds pour une étude «expérimentale » de la turbulence

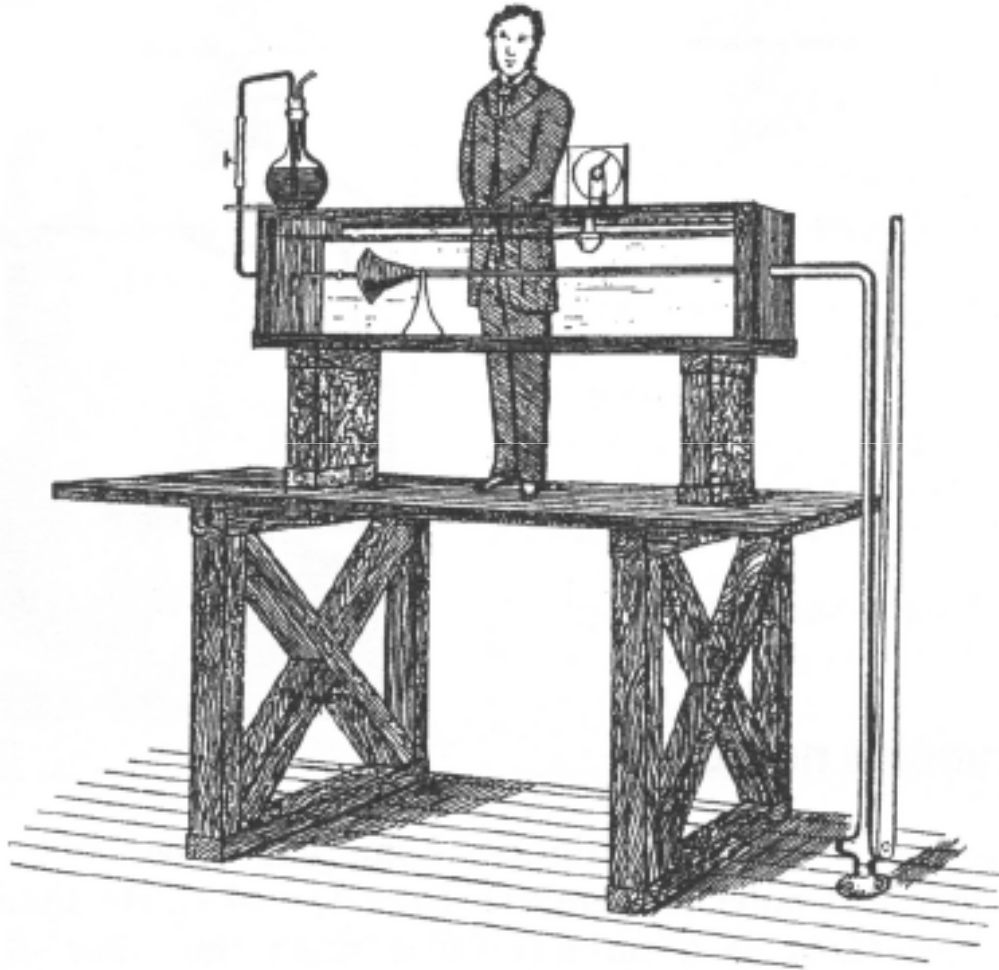
Après avoir étudié systématiquement l'écoulement de différents fluides dans des tuyaux, Reynolds établit une règle pour prédire si un écoulement sera:

"laminaire" (toutes les parties du fluide se déplacent dans la même direction)

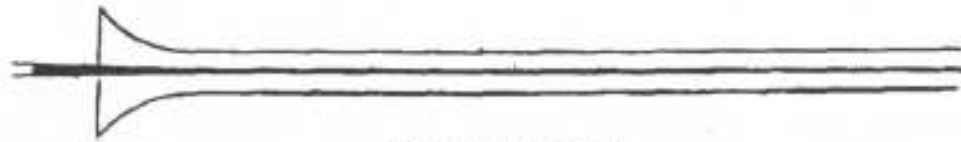
ou

"turbulent" (avec des tourbillons dans lesquels la direction du mouvement change sans cesse).

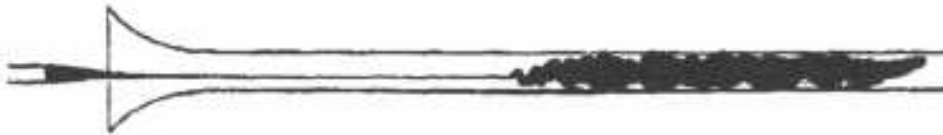
*Les expériences de Reynolds (1842-1912)*



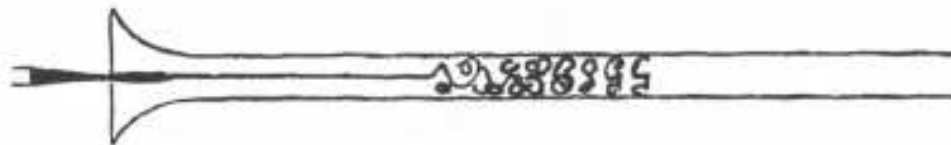
Reynolds  
découvre  
un critère  
d'apparition  
des **instabilités**



(a) Laminar flow



(b) Turbulent flow



(c) Turbulent flow (observed by electric spark)

$$Re = UD/\nu$$

$U$  vitesse moyenne

$D$  diamètre

$\nu$  viscosité  
cinématique

Transition instable  
vers  $Re \simeq 2000$

Dans sa thèse de 1933, Leray interprète la turbulence d'un point de vue purement mathématique, comme la perte de la stabilité et de l'unicité de la solution laminaire des équations de Navier-Stokes à partir d'une valeur critique du nombre de Reynolds.

Au-delà de la valeur critique apparaissent plusieurs solutions turbulentes dont le comportement n'est plus descriptible que **statistiquement**.

Cette interprétation conduit ainsi à deux types de théories : **celles qui étudient la stabilité de la solution linéaire faiblement perturbée et s'intéressent alors à la transition entre le régime laminaire et le régime turbulent**, et celles qui appliquent un traitement statistique pour intégrer les équations non linéaires dans le cas où la turbulence est pleinement développée.

La première approche, largement développée entre 1907 et 1940, avec les travaux de physiciens tels Orr, Lord Rayleigh, Taylor, Hopf et Tollmien, s'avéra **plus difficile que prévue et décevante vis-à-vis des vérifications expérimentales**. Il apparaissait clairement que le traitement **linéaire est insuffisant** pour aborder le problème de la turbulence quand celle-ci est pleinement développée, car on ne peut plus alors définir l'état quasi-stationnaire permettant de linéariser le problème, sauf cas particuliers liés à des référentiels appropriés (couches limites, solitons, chocs...).

➔ Approche statistique



L'approche statistique remonte à **Reynolds** qui, à la fin du siècle dernier, proposa de décomposer les champs turbulents en une partie moyennée et une partie fluctuante.

Ceci posa alors un problème de fermeture des équations de Navier-Stokes réécrites de cette façon, difficulté que Prandtl résolut en remplaçant les moments du premier ordre (produit des fluctuations de vitesse moyenné) par un terme de 'viscosité turbulente' construit à partir d'une 'longueur de mélange' caractérisant l'échelle des fluctuations de vitesse.

En 1921, Taylor remplaça l'idée de longueur de mélange par celle de fonction de corrélation, définie d'abord en termes lagrangiens, puis ensuite en termes eulériens, mais sans savoir comment relier ces fonctions à des grandeurs mesurables.

Ce n'est que plus tard (1935) que Taylor relia cette notion à celle de spectre, ce qui permit ainsi de faire le lien entre les théories statistiques et les expériences de laboratoire, celles de Taylor lui-même et celles de Von Karman.

Kolmogorov & Obukhov (1941) établirent que dans la zone inertielle (gamme d'échelles où l'on suppose que le système a un comportement conservatif, c'est-à-dire que l'énergie n'est ni produite ni dissipée mais seulement transférée entre différentes échelles) les corrélations de vitesse varient comme  $\varepsilon r^{2/3}$  ( $\varepsilon$ , taux de transfert de l'énergie et  $r$ , distance entre deux points).

L'existence d'une zone inertielle importante n'est possible que dans le cas de la turbulence pleinement développée, c'est-à-dire pour les très grands nombres de Reynolds que l'on rencontre par exemple dans les écoulements géophysiques ou astrophysiques.

La théorie de Kolmogorov repose sur trois hypothèses :

1. la turbulence est statistiquement homogène (invariante par translation) et isotrope (invariante par rotation) à petite échelle,
2. les propriétés statistiques ne dépendent que de l'énergie dissipée  $\varepsilon$ ,
3. dans la zone inertielle, l'énergie est transférée sans dissipation et selon un taux constant  $\varepsilon$ .

La première hypothèse remonte aux travaux de Taylor et de Von Karman, tandis-que les deux autres hypothèses avaient déjà été perçues intuitivement vingt ans plus tôt par le météorologue anglais Richardson, auquel on doit la paraphrase suivante du poème de J. Swift.

## *Cascade de Richardson*

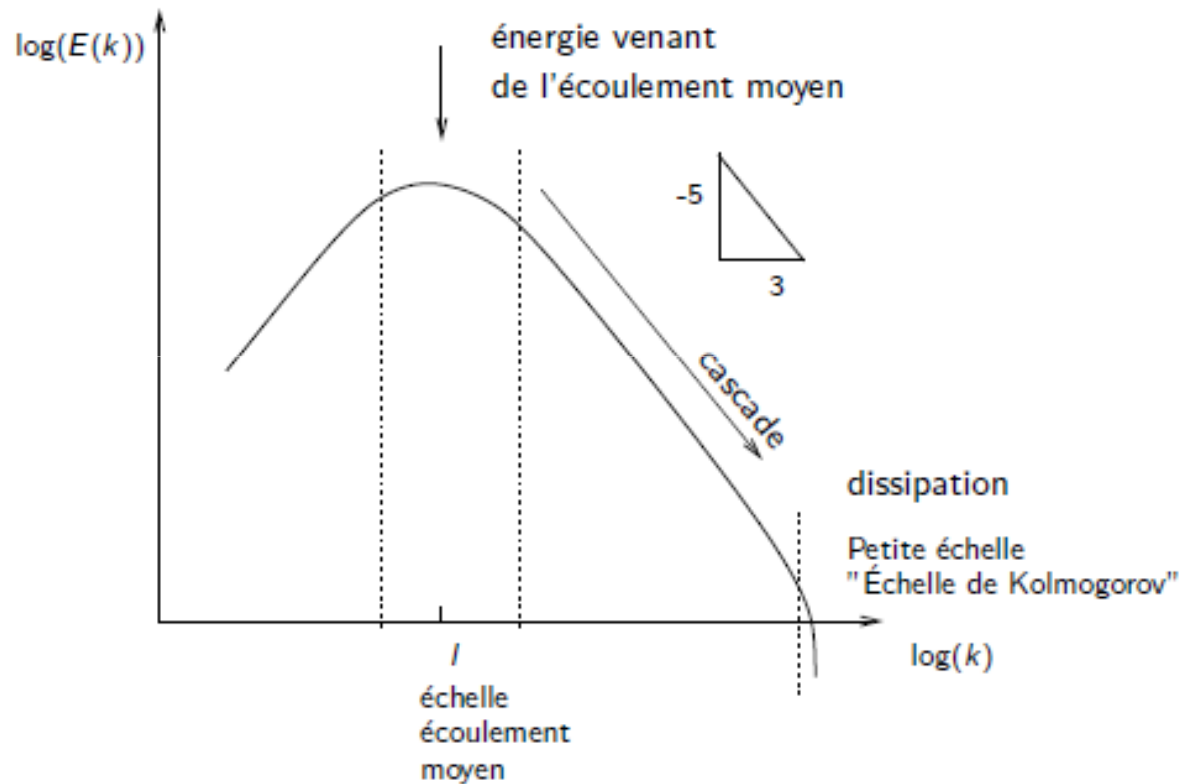
*"Big fleas have little fleas  
that sit on their back to bite them  
And little fleas have lesser fleas  
And so on ad infinitum"*

*Jonathan Swift*

*"Big whirls have little whirls  
that sit on their back to bite them  
Little whirls have lesser whirls  
And so on to viscosity"*

*Lewis Richardson*

## Cascade de Kolmogorov



$$\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{v}$$

$$E = \int_V \frac{\mathbf{v}^2}{2} dV$$

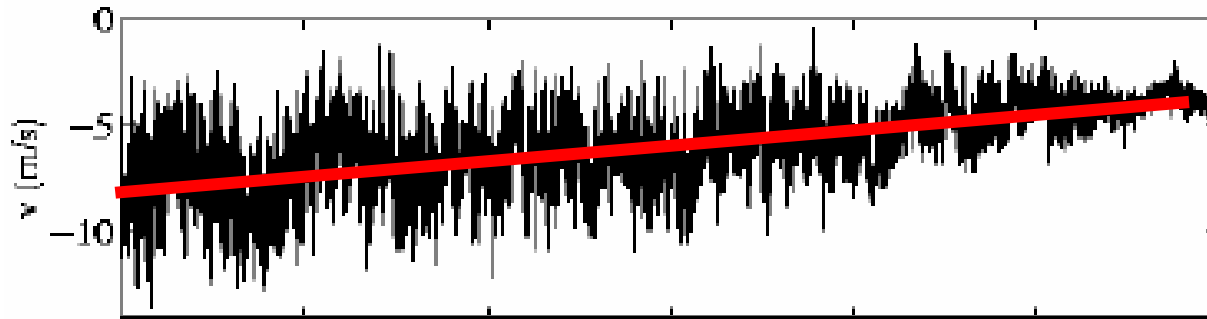
$$E = \int_{\hat{V}} \frac{\hat{\mathbf{v}}^2}{2} d\hat{V}$$

$$E = \int_0^\infty E(k) dk$$

Pour la turbulence bien établie:

→ Equilibre statistique entre l'apport d'énergie par les mouvements à grande échelle et la dissipation par la viscosité à petite échelle

# Outils et Méthodes



$$v = \overline{v} + v'$$

Vent moyen

Fluctuations (écart type/variance)

Question: sur quelle échelle de temps doit-on calculer les moyennes, variances?

## Traitement statistique de la turbulence par moyennage temporelle des irrégularités de petite échelle

Propriétés: idempotence moyenne, commutation avec dérivées, linéarité  
Valide si existence d'un trou dans les spectres de fluctuations pour avoir une moyenne indépendante de l'intervalle de moyennage

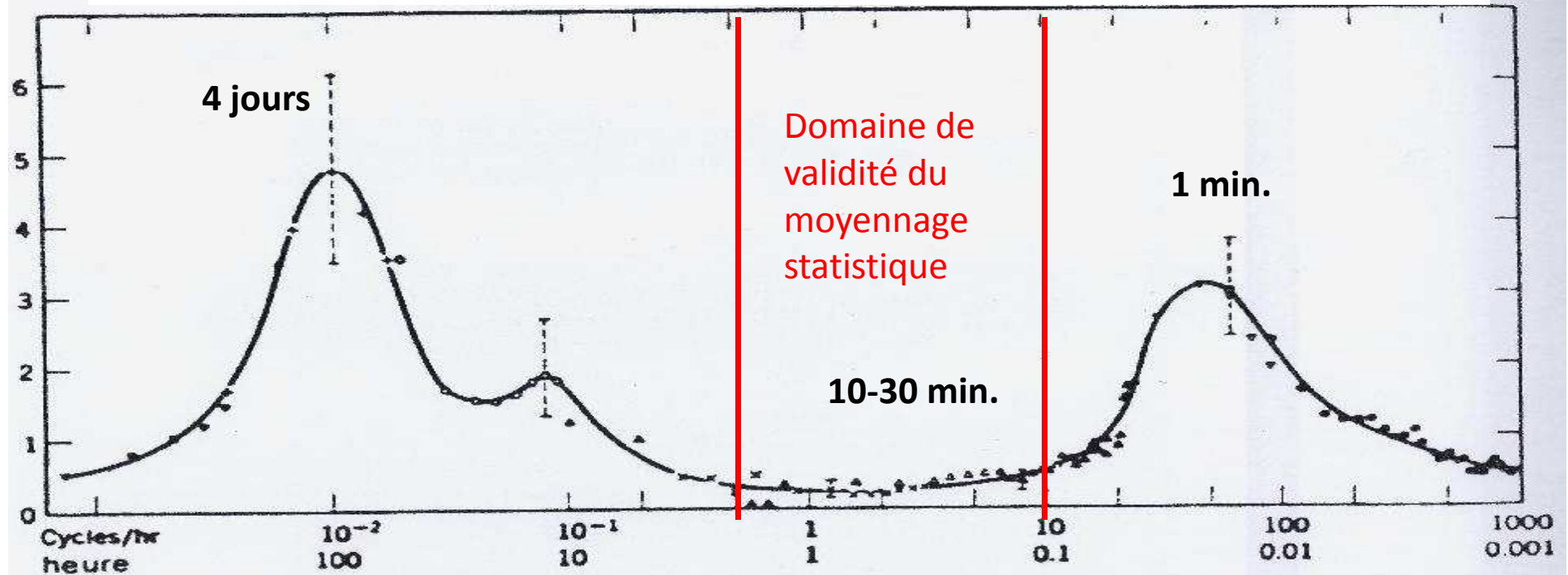


Fig 1 : Spectre de vent près du sol, d'après VAN DER HOVEN (1957) ( $E(f)$  est l'énergie « dans la fréquence  $f$  »).

## Décomposition de Reynolds

L'utilisation de la *décomposition de Reynolds* se justifie lorsqu'on a affaire à un phénomène présentant un spectre séparé en deux parties nettement distinctes: une bande de basses fréquences ou de régime quasi-permanent, de contribution moyenne sinon constante, du moins variant peu au cours du temps, nettement séparée d'une bande de régimes transitoires de haute fréquence et de contribution moyenne nulle.

$$\text{Ainsi: } \mathbf{u}(t, \mathbf{r}) = \bar{\mathbf{u}}(t, \mathbf{r}) + \mathbf{u}'(t, \mathbf{r})$$

## Moyenne de Reynolds et équation de Reynolds

Or par définition la moyenne suit les règles suivantes :

$$\begin{array}{lll} \overline{\bar{f}} = \bar{f} & \overline{\bar{f}g} = \bar{f}\bar{g} & \overline{\frac{\partial f}{\partial s}} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial s} \\ \overline{f+g} = \bar{f} + \bar{g} & \overline{fg} \neq \bar{f}\bar{g} & \end{array}$$

et de même par définition , ce qui va simplifier les calculs:  $\bar{u}' = 0$

$$\overline{\bar{u} v'} = \bar{u} \bar{v}' = 0 \quad \overline{u v} = \bar{u} \bar{v} + \overline{u' v'}$$

Terme non linéaire  
dit « de Reynolds »

## Variances

$$\sigma^2 = \overline{(u - \bar{u})^2} = \overline{u'^2} = \overline{u^2} - \bar{u}^2$$

## Ecart type

$$\sigma = (\overline{u'^2})^{1/2}$$

Mesure de la dispersion des observations; caractérise l'intensité de la turbulence

Lien entre les fluctuations de 2 variables:

Covariance  $co(u,v) = \overline{u'v'}$

Inégalité de Schwartz  $|\overline{u'v'}| \leq (\overline{u'^2} + \overline{v'^2})^{1/2}$

Il y a égalité quand les deux variables sont totalement corrélées:  $co(u,v) = \pm \sigma_u \sigma_v$

Si au contraire les 2 variables sont complètement décorrélées:  $co(u,v) = 0$



## Energie cinétique turbulente

$$EC = \frac{1}{2} m (u^2 + v^2 + w^2)$$

Total

$$ECM = \frac{1}{2} m (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2)$$

Associée au mvt moyen

$$ECT = \frac{1}{2} m (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$$

Turbulence

- Forçage mécanique:
  - Complexité du terrain
  - Friction

- Forçage thermique:
  - convection

## Autocovariance et spectre de fréquence

$$C = \overline{u'(t) u'(t')} = \overline{u'(t) u'(t+\tau)} = C(\tau)$$

$$C(\tau) = C(-\tau) \text{ fonction réelle paire}$$

Transformée de Fourier  $E(\omega)$  telle que

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega$$

Pour  $t=0$  on obtient le spectre de l'ECT:

$$ECT \sim \frac{1}{2} (\overline{u'^2}) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) d\omega = \int_0^{+\infty} \underbrace{E(\omega)}_{\text{Densité spectrale d'énergie}} d\omega$$

Densité spectrale d'énergie

## Corrélations spatiales et spectre en nombre d'onde

$$C = \langle u'(\vec{r}_1, t) u'(\vec{r}_2, t) \rangle$$

$$C(\vec{r}, t) = \langle u'(\vec{r}_1, t) u'(\vec{r}_1 + \vec{r}, t) \rangle$$

$$\text{TF: } C(\vec{r}, t) = \int_0^{+\infty} \Phi(\vec{k}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} d^3k$$

$$\rightarrow \text{Pour } r=0 \text{ on obtient: } \langle u'^2 \rangle = \int_0^{+\infty} \Phi(k) d^3k$$

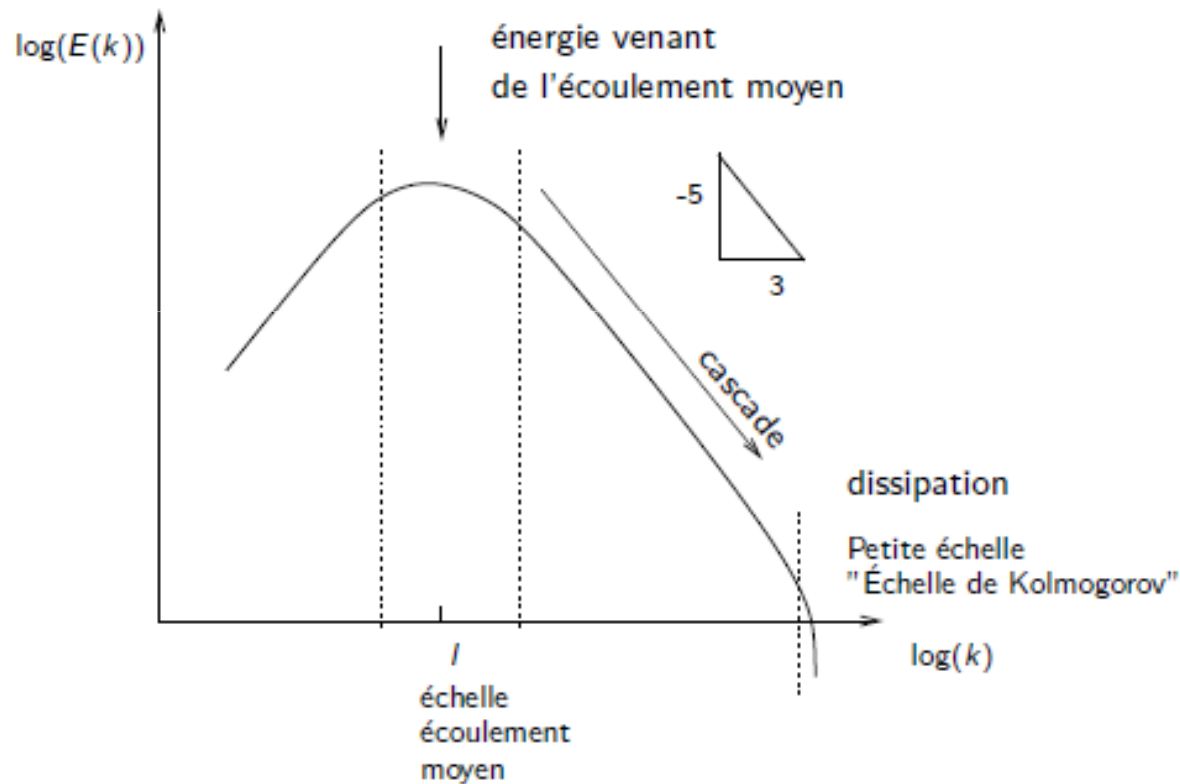
Pour une turbulence isotrope:

$$\langle u'^2 \rangle = \int_0^{+\infty} \Phi(k) 4\pi k^2 dk$$

$E(k)$  Densité spectrale d'énergie  
dans l'espace des vecteurs d'onde

$$\text{et } ECT = \frac{1}{2} \langle u'^2 \rangle = \int_0^{+\infty} \overbrace{\Phi(k) 2\pi k^2 dk}^{E(k)}$$

## Cascade de Kolmogorov



$$\mathbf{u} = \mathbf{U} + \mathbf{v}$$

$$E = \int_V \frac{\mathbf{v}^2}{2} dV$$

$$E = \int_{\hat{V}} \frac{\hat{\mathbf{v}}^2}{2} d\hat{V}$$

$$E = \int_0^\infty E(k) dk$$

## Lois de similitude de Kolmogorov

- Les écoulements turbulents peuvent être considérés comme homogènes,
- Il existe de nombreuses échelles où la dissipation visqueuse ne joue pas, ni les conditions aux limites

→ seules les propriétés intrinsèques de la turbulence jouent

Propriétés statistiques:  $E(k)$  satisfait à une relation de similitude ,  
i.e. une relation universelle entre paramètres significatifs

Échelle:  $k$

$E$  également fonction du taux de transfert d'une échelle à une autre:  $\varepsilon$  le taux de dissipation

$$E(k) \sim k^\alpha \varepsilon^\beta$$

$$|v| = L^2 T^{-1}$$

$$[E(k)] = L^3 T^{-2}$$

$$[k] = L^{-1}$$

$$[\epsilon] = L^2 T^{-3}$$

$$E(k) \propto \epsilon^{\frac{2}{3}} k^{-\frac{5}{3}}$$

$$\eta = \left( \frac{v^3}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$u_\eta = (\epsilon v)^{\frac{1}{4}}$$

$$\tau = (v/\epsilon)^{1/2}$$

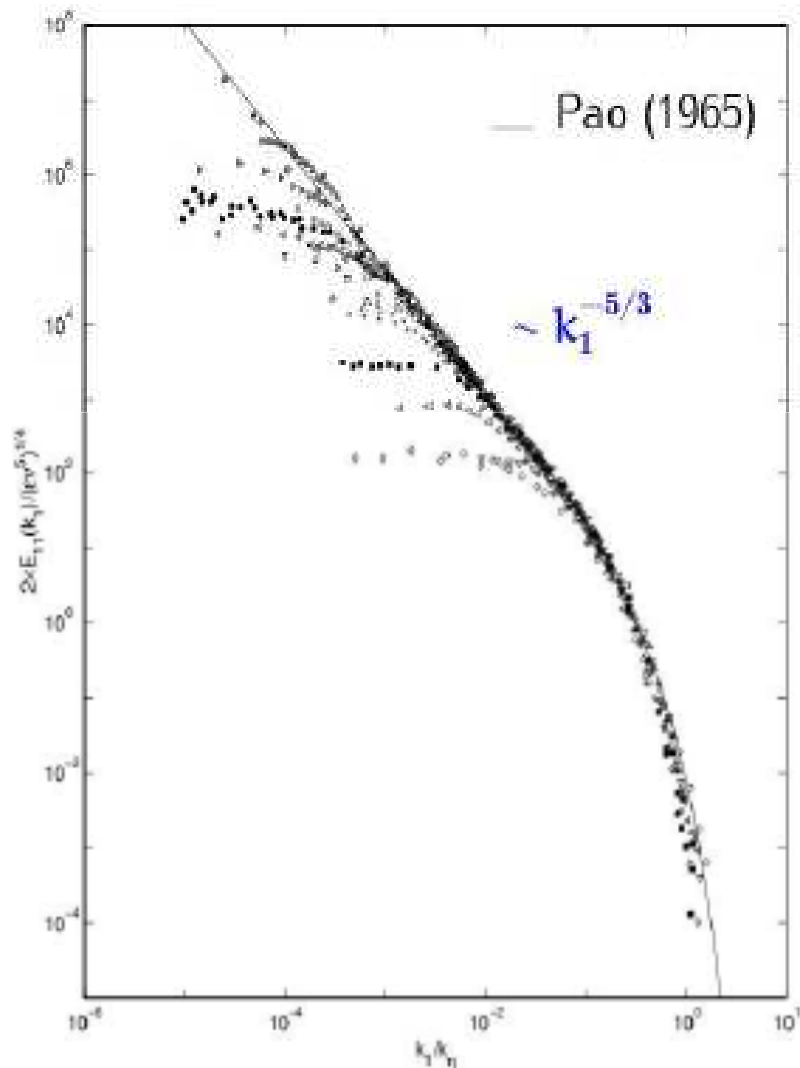
Longueur caractéristique

Vitesse caractéristique

Temps caractéristique

Echelles de Kolmogorov caractéristiques de tout mouvement turbulent aux petites échelles, quelque soit son origine

On a pu mesurer cette dépendance en  $5/3$  en soufflerie  
 (il faut une turbulence non polluée par les conditions aux  
 limites: sol, obstacles, etc..)



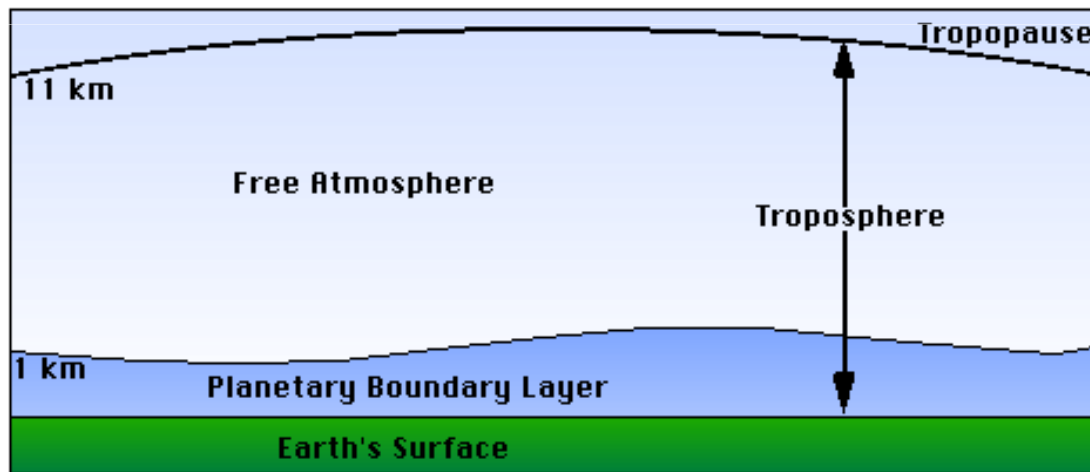
$Re_{\lambda_0}$

- 23 couche limite (Tielman, 1967)
- 23 sillage de cylindre (Uberoi & Freymuth, 1969)
- 37 turbulence de grille (Comte Bellot & Corrsin, 1971)
- ◁ 72 turbulence de grille (Comte Bellot & Corrsin, 1971)
- 130 écoulement cisailé homogène (Champagne *et al.*, 1970)
- + 170 écoulement de conduite (Laufer, 1952)
- × 282 couche limite (Tielman, 1969)
- 308 sillage de cylindre (Uberoi & Freymuth, 1969)
- △ 401 couche limite (Sanborn & Marshall, 1965)
- ▷ 540 turbulence de grille (Kistler & Vrebalovich, 1966)
- ◀ 600 couche limite (Saddoughi, 1994)
- 780 jet circulaire (Gibson, 1963)
- 850 couche limite (Coantic & Favre, 1974)
- ▷ 1500 couche limite (Saddoughi, 1994)
- 2000 bras de mer (Grant *et al.*, 1962)
- △ 3180 canal à retour (CAHI Moscou, 1991)

# Structure verticale de couche limite atmosphérique (CLA)

## Propriétés:

- \* **Ecoulement turbulent**
- \* **Echanges sol-atmosphère (transfert quantité de mvt, chaleur, espèces chimiques)**
- \* **Variabilité importante sur un cycle diurne**



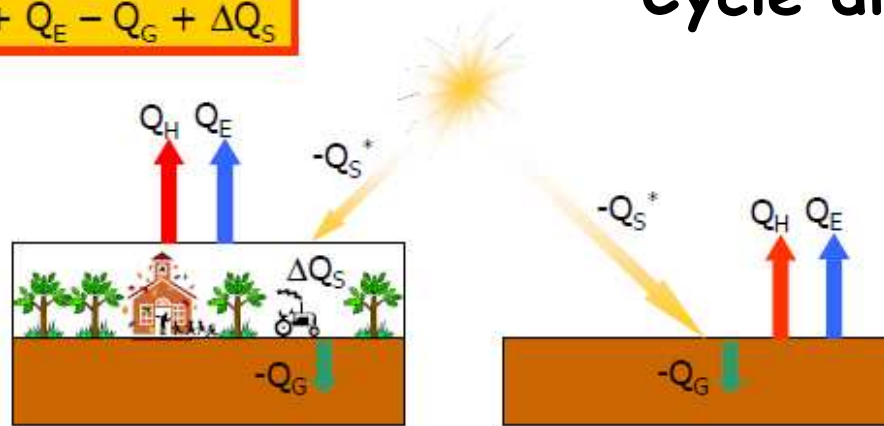
- Partie de la troposphère sous influence directe de la surface terrestre.
- Temps de réponse aux forçages directs par la surface de l'ordre de l'heure ou moins.

**Siège des échanges entre la surface et la troposphère libre, de température, d'humidité, de matière et de quantité de mouvement**

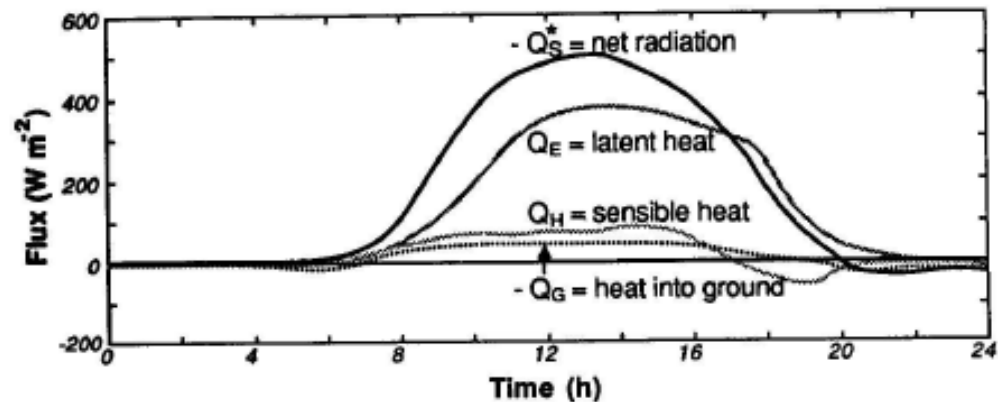


# Caractéristique de la CLA Cycle diurne

$$-Q_S^* = Q_H + Q_E - Q_G + \Delta Q_S$$



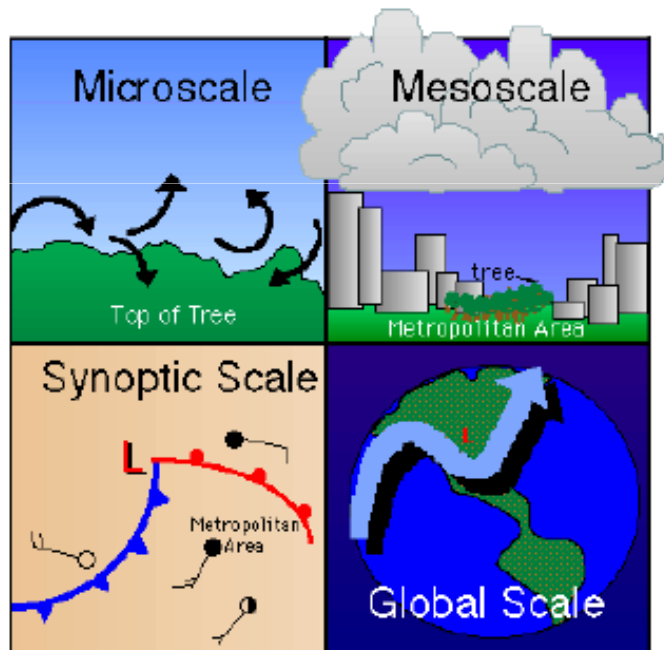
- $Q_S^*$  = Rayonnement net ascendant à la surface
- $Q_H$  = Flux de chaleur sensible ascendant au sommet
- $Q_E$  = Flux de chaleur latente ascendant au sommet
- $Q_G$  = Flux de chaleur moléculaire ascendant dans le sol
- $\Delta Q_S$  = Stockage d'énergie



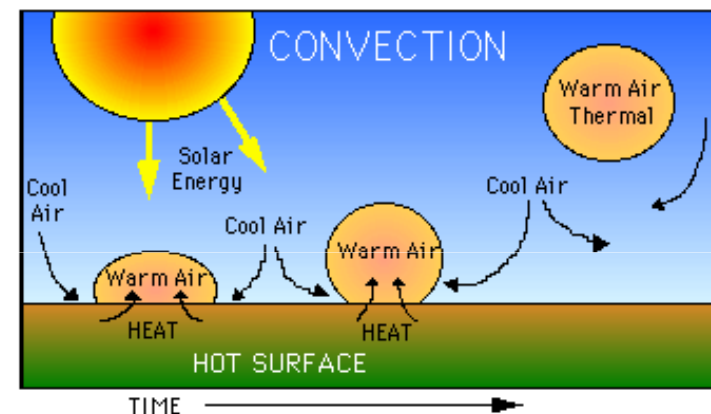
Energy balance components for 25 July 1976, with cloudless skies at Pitt Meadows, Canada (49°N) over a 0.25 m tall stand of irrigated mixed orchard and rye grass (after Oke, 1978).

# Caractéristique de la CLA Turbulence

- Forçage mécanique:
  - Complexité du terrain
  - Friction

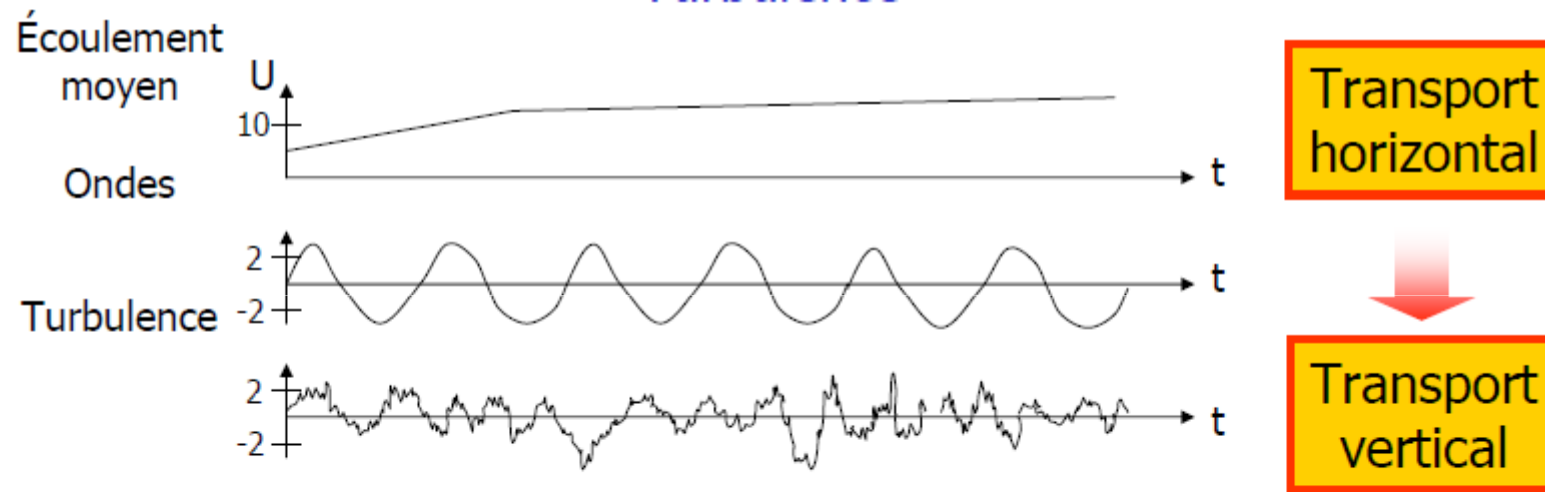


- Forçage thermique:
  - convection



Forçages surfaciques à l'origine de la turbulence dans la CLA

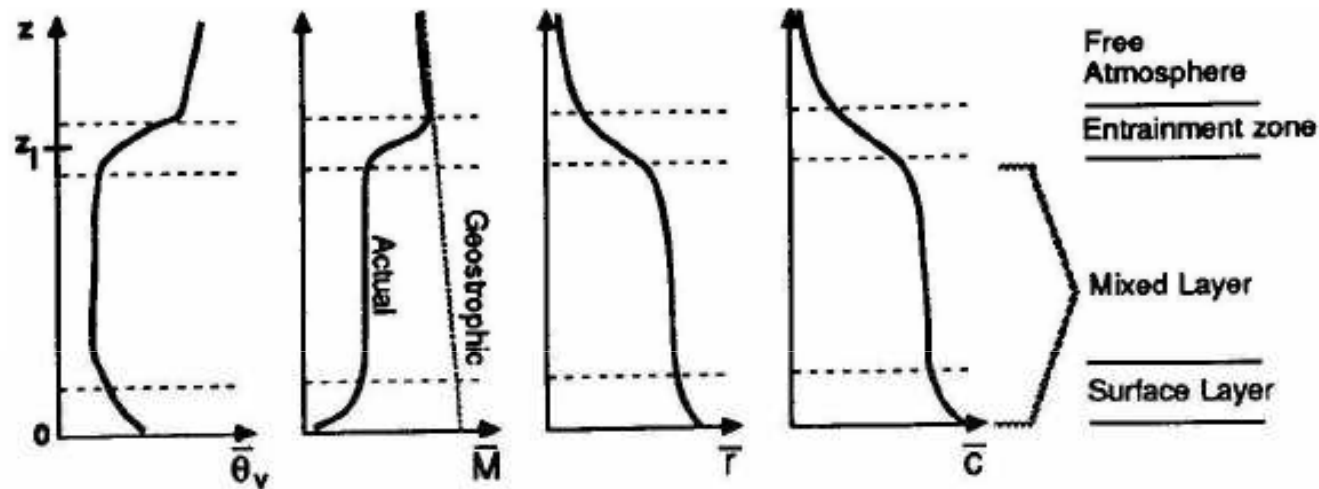
# Caractéristique de la CLA Turbulence



- Processus diffusifs dans la CLA dominés par la turbulence.
- Diffusion moléculaire négligeable sauf dans la couche interfaciale (quelques millimètres d'épaisseur).

# Caractéristique de la CLA

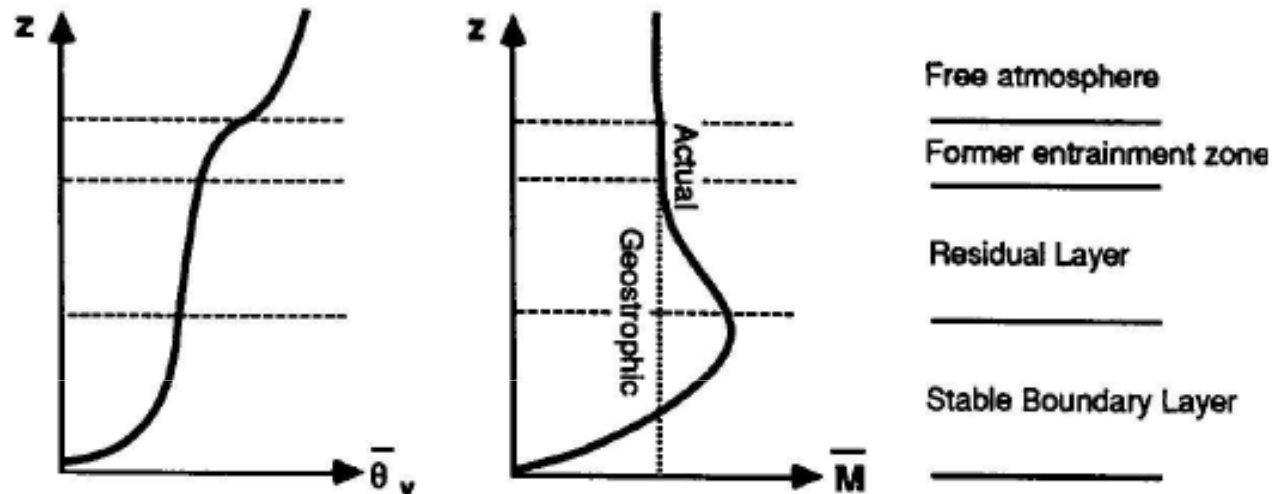
## Couche limite convective



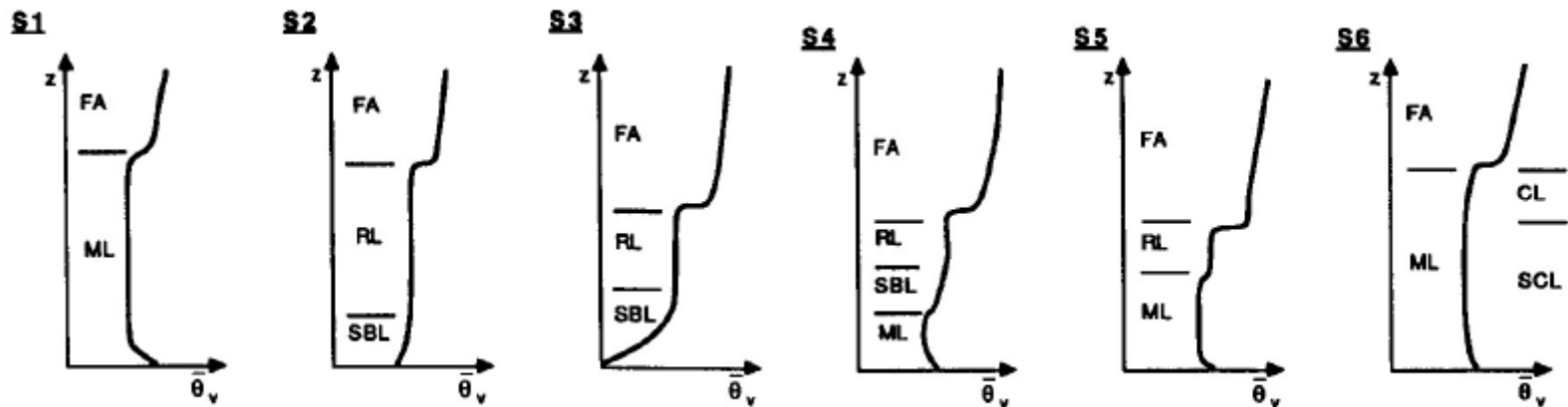
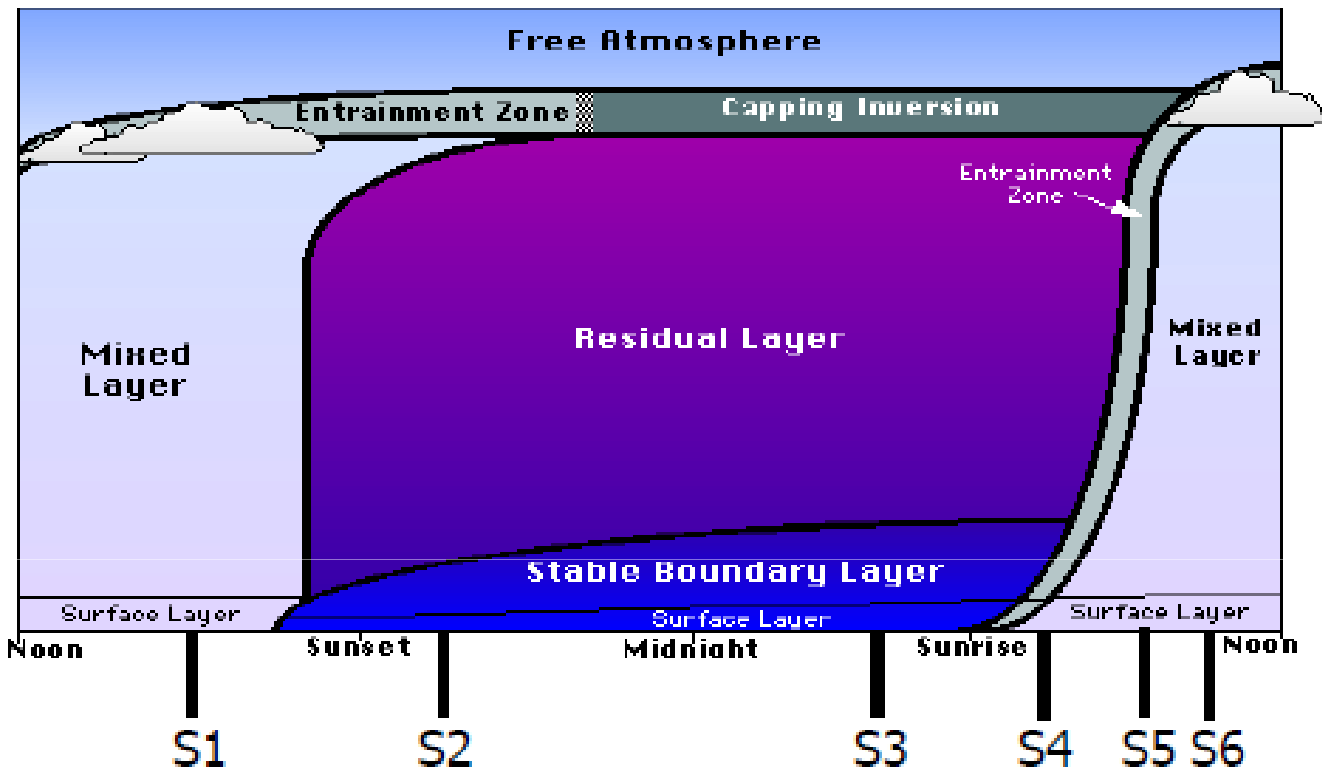
- Couche de surface
  - Super-adiabatique, vent « logarithmique »
- Couche limite mélangée ou convective
  - Adiabatique, vent sub-géostrophique (intersection avec isobares vers les basses pressions)
- Couche d'inversion ou zone d'entraînement

# Caractéristique de la CLA

## Couche limite stable



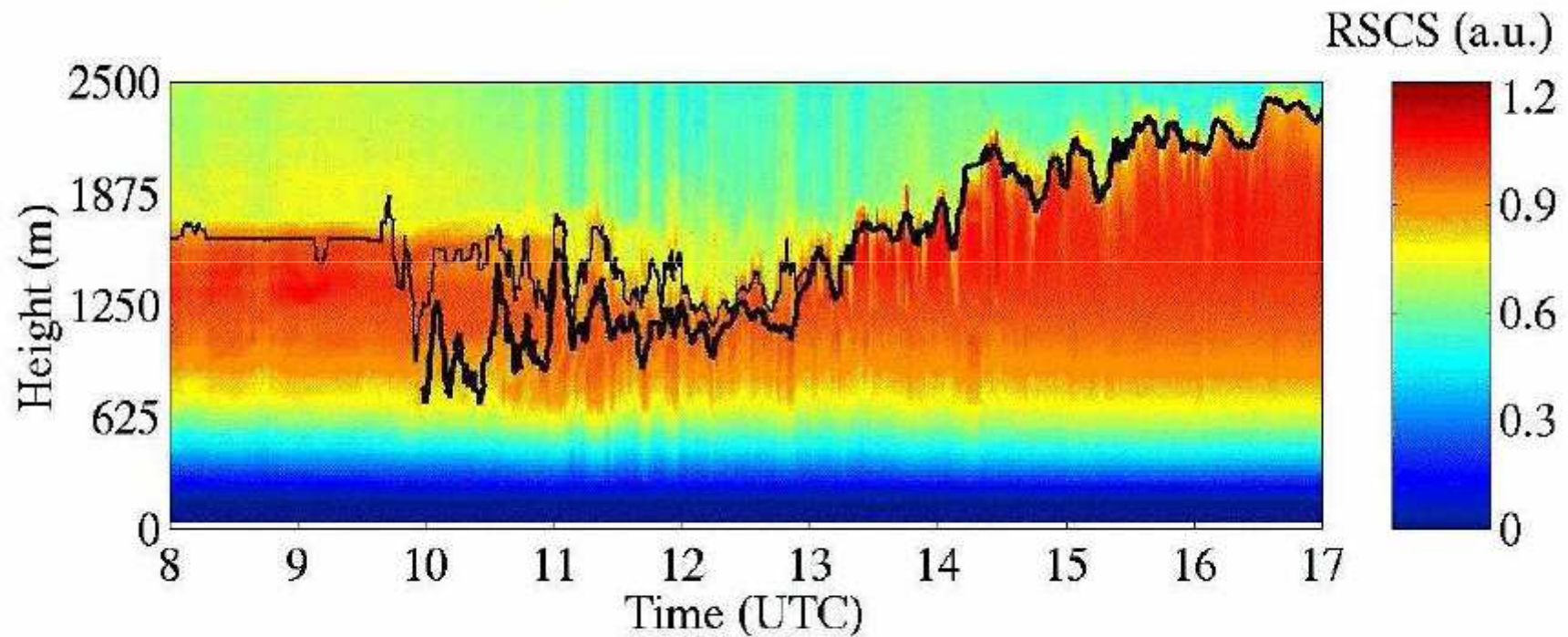
- Couche de surface
  - Stable, turbulence faible et sporadique, super-géostrophique (jet de basse couche ou jet nocturne), courant de gravité (relief), ondes
- Couche résiduelle
  - « Résidu » de la couche limite mélangée de la veille, couche neutre



# Caractéristique de la CLA

## Cycle diurne

### Observations LIDAR



Mesures collectées sur le SIRTA  
(Palaiseau, France)